

＝テキストを語る Textbook Review＝

テキスト：栢田幹也、福川由貴子（共著）「格子からみえる数学」

科目名：「数学入門セミナー」（理学部数学科1回生）

担当教員：栢田幹也（大阪市立大学理学研究科）

特筆事項：大阪市立大学教育後援会顕彰平成26年度「優秀テキスト賞」受賞

【本書執筆に至る経緯】

本学数学教室では、2006年度より数学科1回生向けに「数学入門セミナー」という講義を毎年前期に開講している。この講義を立ちあげた理由は2つあった。1つは、高校数学と大学数学のギャップの大きさに戸惑う数学科の学生が少なからずいることであった。大学の（特に数学科での）数学の講義を理解するには、抽象的かつ論理的思考が要求されるが、大学に入るまでは、そのような訓練は余りなされていないので、戸惑い、勉学意欲を失いがちになる。そこで、高校数学を一步踏み出した数学の中で面白い題材を取り上げて、数学科の学生に数学の面白さを伝え、勉学意欲を促進し、高校数学と大学数学のギャップを埋めようというのが「数学入門セミナー」の講義を立ち上げた1つの理由であった。もう1つの理由は高大連携である。本学数学教室では、「高等学校・大阪市立大学連携数学協議会」（略称 連数協）を2005年4月に立ち上げ、関西一円の（主に）高等学校数学科教員と大阪市立大学数学科教員が交流し、高校と大学の数学教育と数学研究に関して、情報交換や調査・研究などを行っている。その交流の中から、天王寺高等学校のスーパーサイエンスハイスクールプログラム（略称 SSH）と連携して高校生に大学の講義を聴講させることを企画したのが、「数学入門セミナー」を立ち上げたもう1つの理由であった。

「数学入門セミナー」での講義内容は、上記の目的に叶うものなら何でもよく、担当者の裁量に任されている。筆者は2009年度から3年間数学入門セミナーを担当し、3年目には当時博士課程学生だった福川由貴子さんに手伝ってもらった。講義は、色々な題材を

紹介したいという気持ちと、学生が講義を理解できなくなって途中で投げ出さないようにという配慮から、1つの題材を1回ないしは2回で読み切りというオムニバス形式で行った。その講義に基づいて書いたものが本書である。ただ本書は、「数学入門セミナー」の講義内容を完全に反映したものではない。講義で取り上げたが本書には書いていない題材が幾つかある。一方、本としての深みを与え、より多くの読者に対応するために、講義で取り上げた題材をさらに発展させて書いている部分も多々ある。

【本書の内容】

「数学入門セミナー」の講義では、一見関連がないように見えるが、実は繋がりがあある題材を多く採用した。というのも、色々な数学が点で存在しているのではなく、それらが有機的に繋がっている様を伝えたかったからである。一見異なる数学が実は繋がっていると面白さがあり、そこに感動し、もっと知りたいと人は思う。このように知的好奇心を刺激することが講義の狙いであった。本書では、「格子」という簡単な数学的対象を中心に据えて、それが様々な数学と関連し豊かな数学が展開できる様を映し出してみた。1つのテーマを中心に据えることによって、物語風に数学の面白さを伝え、読者が数学を有機的に理解できるように工夫したが、成功したかどうかは読者の判断に委ねるしかない。

本書の概略を伝えるため、各章のタイトルおよびキーワードを以下に記す。

1章 格子多角形の格子点数

ピックの公式、ベクトル列の回転数、12点定理、エルハルト多項式

2章 基本三角形をめぐる

ファレイ数列、スターンの二原子数列、ミンコフスキーの？関数

3章 オイラーの公式

オイラーの公式vs ピックの公式、オイラーの多面体公式、球面幾何

4章 複素関数論とピックの公式

複素積分と留数定理、ワイエルシュトラスのペー関数

5章 重み付き格子点の数え上げ

自然数の巾乗和、負巾乗和、ベルヌーイ数と生成関数、トッド作用素

6章 綺麗な格子図形

フェルマーの二平方定理、高次元の格子正多面体、アダマール行列

7章 ヤング盤

ヤング図形、フック長の公式

8章 カタラン数とその一般化

カタラン数の解釈、拡張、高次元化

9章 折り紙の数学

ユークリッド作図と折り紙作図の違い、折り紙と二次曲線、曲面

1章から6章を枘田が執筆し7章から9章を福川が執筆した。4章は大学2年で学ぶ複素関数論を使っているが、本書で使う必要事項は書いている。それ以外は、高校数学および大学1年での線形代数と微積分の知識しか使っていないので、じっくりと腰を据えて読めば十分理解できるものと思う。本書の特徴を2つ記しておく。(1) 章ごとに議論が深まって行くが、オムニバス形式の講義を記したものであるので、次の章になれば、新たな気分で一から読めるように配慮している。(2) 多くの本に書かれている内容も多々あるが、12点定理やスターンの二原子数列、ヤング盤など他書にはない内容も多々ある。また、一見全く別物のように見えるオイラーの公式とピックの公式が、実は同値な公式であるというような意外な事実を幾つか紹介し強調している。

【あとがき】

数学が何の役に立つのかと言う人がいるが、それは愚問である。2次方程式の解の公式を日常生活で用いることはないかも知れないが、数学が現代文明を築いている科学技術の礎になっていることからして、数学ほど役に立っている学問はないと筆者は常々思っている。しかし、役に立つだけでなく数学には文化的側面がある。「成程こういうことなのか」と物事が理解できた瞬間には、言葉では表現し難い高揚感がある。さらに数学には絶妙の調和と美しさがあり、それに触れたときの感動がある。この感覚は「役に立つ」とい

う実利尺度では測れない芸術的な感覚である。筆者はこれを数学の文化的側面と思っている。これまでの数学の多くは、実利尺度ではなく、芸術的な感覚に突き動かされて発展して来たのもので、それが何故か役に立ってしまうというのが本当のところではないかと思う。本書および「数学入門セミナー」の講義で筆者が伝えたかったことは、数学の文化的側面である。これは何も数学科の学生だけが理解できるというものではない。実際筆者は、本書の内容の幾つかを文科系学生対象の講義でも話したことがあり、文科系学生でも十分理解でき楽しめる内容を含んでいる。本書を通して、一人でも多くの人が「数学って面白いな」と感じ、その数学の面白さ・感動を他の人に伝えてくれれば、筆者にとってこれに勝る喜びはない。